Министерство образования и науки Российской Федерации

Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Кафедра математического обеспечения ЭВМ

Материалы семинара ITLab

« Основы нечеткой логики, логико-лингвистические модели »

Докладчики:

Магистранты 1 года обучения

Ефимов А.С.

Морёнов О.А

Нижний Новгород

20 октября 2004г.

Содержание

1. Введение

1.1. Источники неопределенности знаний и данных

Во многих реальных приложениях приходится сталкиваться с ситуацией, описываемой неточной информацией. Множество источников неопределенности используемой информации в большинстве случаев можно разделить на две категории:

1) Недостаточно полное знание предметной области.
2) Недостаточная информация о конкретной ситуации.

Знания о предметной области могут быть неясными или неполными, могут использоваться недостаточно четко сформулированные концепции или недостаточно изученные явления. Например, в диагностике психических заболеваний существует несколько отличающихся теорий о происхождении и симптоматике шизофрении.

Располагая неполным знанием, мы не можем уверенно предсказать, какой эффект даст то или иное действие. Например, терапия, использующая новые препараты дает совершенно неожиданные результаты. И, наконец, даже когда мы располагаем достаточно полной теорией предметной области, эксперт может посчитать, что эффективно использовать не точные, а эвристические методы. Так, методика устранения неисправности в электронном блоке путем замены подозрительных узлов оказывается значительно более эффективной, чем скрупулезный анализ цепей в поиске детали, вышедшей из строя.

Но помимо неточных знаний, неопределенность может быть внесена неточными или ненадежными данными о конкретной ситуации. Любой сенсор имеет ограниченную разрешающую способность, при составлении отчетов могут быть допущены ошибки или в них могут попасть недостоверные сведения. На практике далеко не всегда можно получить полные ответы на поставленные вопросы и, хотя можно воспользоваться различного рода дополнительной информации, например, о пациенте с помощью дорогостоящих процедур или хирургическим путем, такие методики используются крайне редко из-за высокой стоимости и рискованности. Помимо всего прочего, существует еще и фактор времени. Не всегда есть возможность быстро получить необходимые данные, когда ситуация требует принятия срочного решения. Если работа ядерного реактора вызывает подозрение, вряд ли кто-нибудь будет ждать окончания всего комплекса проверок, прежде чем принимать решение о его остановке.

Суммируя все вышесказанное, отметим, что эксперты пользуются неточными методами по двум главным причинам:

1) точных методов не существует;
2) точные методы существуют, но не могут быть применены на практике из-за отсутствия необходимого объема данных или невозможности их накопления по соображениям стоимости, риска или из-за отсутствия времени на сбор необходимой информации.

1.2. Представление неопределенности знаний и данных

Большинство исследователей в области искусственного интеллекта давно пришли к единому мнению, что неточные методы играют важную роль в разработке экспертных систем, но много споров вызывает вопрос, какие именно методы должны использоваться. До последнего времени многие соглашались с утверждениями Мак-Карти и Хайеса, что теория вероятностей не является адекватным инструментом для решения задач представления неопределенности знаний и данных *[McCarthy and Hayes,1969]*.

Выдвигались следующие аргументы в пользу такого мнения:

- теория вероятности не дает ответа на вопрос, как комбинировать вероятности с количественными данными;
- назначение вероятности определенным событиям требует информации, которой мы просто не располагаем;
- непонятно, как количественно оценивать такие часто встречающиеся на практике понятия, как «в большинстве случаев», «в редких случаях», или такие приблизительные оценки, как «старый» или «высокий»;
- применение теории вероятности требует «слишком много чисел», что вынуждает инженеров давать точные оценки тем параметрам, которые они не могут оценить.

Все эти соображения породили новые формальные аппарат для работы с неопределенностями, который получил название нечеткая логика *(fuzzy logic)*.

То знание, которое эксперт использует при оценке каких-либо параметров, обычно базируется скорее на отношениях между классами данных и классами гипотез, чем на отношениях между отдельными данными и конкретными гипотезами. Большинство методик решения проблем в той или иной сфере включает классификацию данных (сигналов, симптомов и т.п.), которые рассматриваются как конкретные представители некоторых более общих категорий. Редко когда эти более общие категории могут быть четко очерчены. Конкретный объект может обладать частью характерных признаков определенной категории, а частью не обладать, принадлежность конкретного объекта к определенному классу может быть размыта.

Предложенная Заде *[Zadeh, 1965]* теория нечетких множеств *(fuzzy set theory)* представляет собой формализм, предназначенный для формирования суждений о таких категориях и принадлежащих к ним объектах. Эта теория лежит в основе теории нечеткой логики (fuzzy logic) *[Zadeh, 1975]*.

Привлекательность нечеткой логики для проектировщиков экспертных систем состоит в ее близости к естественному языку. Таким терминам, как «быстрый», «немного», чаще всего дается интерпретация на основе повседневного опыта и интуиции. Это упрощает процесс инженерии знаний, поскольку подобные суждения человека–эксперта можно непосредственно преобразовать в выражения нечеткой логики.

1.3. Нечеткая логика и ее применение. Нечеткий вывод.

Классическая или булева логика имеет один существенный недостаток - с ее помощью невозможно описать ассоциативное мышление человека. Она оперирует только двумя понятиями: ИСТИНА и ЛОЖЬ, исключая любые промежуточные значения. Аналогично этому булева логика не признает ничего кроме единиц и нулей. Все это хорошо для вычислительных машин, но попробуйте представить весь окружающий вас мир только в черном и белом цвете, вдобавок исключив из языка любые ответы на вопросы, кроме ДА и НЕТ. В такой ситуации вам можно только посочувствовать. Решить эту проблему и призвана нечеткая логика. С термином «лингвистическая переменная» можно связать любую физическую величину, для которой нужно иметь больше значений, чем только ДА и НЕТ. В этом случае вы определяете необходимое число термов и каждому из них ставите в соответствие некоторое значение описываемой физической величины. Для этого значения степень принадлежности физической величины к терму будет равна единице, а для всех остальных значений - в зависимости от выбранной функции принадлежности. Например, можно ввести переменную ВОЗРАСТ и определить для нее термы ЮНОШЕСКИЙ, СРЕДНИЙ и ПРЕКЛОННЫЙ. Обсудив с экспертами значения конкретного возраста для каждого терма, вы с полной уверенностью можете избавиться от жестких ограничений логики Аристотеля.

Одним из основных методов представления знаний в экспертных системах являются продукционные правила, позволяющие приблизиться к стилю мышления человека. Любое правило продукций состоит из посылок и заключения. Возможно наличие нескольких посылок в правиле, в этом случае они объединяются посредством логических связок И, ИЛИ. Обычно продукционное правило записывается в виде:

*«**ЕСЛИ** (посылка_1) (связка) (посылка_2) (св) …(св) (посылка_n), **ТО** (заключение)».*

Главным же недостатком продукционных систем остается то, что для их функционирования требуется наличие полной информации о системе.

Нечеткие системы управления основаны на правилах продукционного типа, однако в качестве посылки и заключения в правиле используются лингвистические переменные, что позволяет избежать ограничений, присущих классическим продукционным правилам. В основу функционирования нечетких систем управления положен механизм нечеткого вывода, который рассматривается подробно в соответствующей главе работы. Результат нечеткого логического вывода является нечетким, а физическое исполнительное устройство не способно воспринять такую команду. Необходимы специальные математические методы, позволяющие переходить от нечетких значений величин к вполне определенным. Основные из этих математических методов также рассмотрены в работе.

Нечеткие системы управления уже достаточно давно используются на практике. За прошедшее с 1965 года время нечеткая логика прошла путь от почти антинаучной теории, практически отвергнутой в Европе и США, до банальной ситуации конца девяностых годов, когда в Японии в широком ассортименте появились «нечеткие» бритвы, пылесосы, фотокамеры. Началом практического применения теории нечетких множеств можно считать 1975г., когда Мамдани и Ассилиан (Mamdani and Assilian) построили первый нечеткий контролер для управления простым паровым двигателем. В 1982 Холмблад и Остергад (Holmblad and Osregaad) разработали первый промышленный нечеткий контроллер, который был внедрен в управление процессом обжига цемента на заводе в Дании. Успех первого промышленного контролера, основанного на нечетких лингвистических правилах “Если - то” привел к всплеску интереса к теории нечетких множеств среди математиков и инженеров. Несколько позже Бартоломеем Коско (Bart Kosko) была доказана теорема о нечеткой аппроксимации (Fuzzy Approximation Theorem), согласно которой любая математическая система может быть аппроксимирована системой, основанной на нечеткой логике. Другими словами, с помощью естественно-языковых высказываний-правил “Если - то”, с последующей их формализацией средствами теории нечетких множеств, можно сколько угодно точно отразить произвольную взаимосвязь “входы-выход” без использования сложного аппарата дифференциального и интегрального исчислений, традиционно применяемого в управлении и идентификации. Сам термин «fuzzy» так прочно вошел в жизнь, что на многих языках он даже не переводится. В России в качестве примера можно вспомнить рекламу стиральных машин и микроволновых печей фирмы Samsung, обладающих искусственным интеллектом на основе нечеткой логики. Тем не менее, столь масштабный скачок в развитии нечетких систем управления не случаен. Простота и дешевизна их разработки заставляет проектировщиков все чаще прибегать к этой технологии.

Системы, основанные на нечеткой логике, разработаны и успешно внедрены в таких областях, как управление технологическими процессами, управление транспортом, медицинская диагностика, техническая диагностика, финансовый менеджмент, биржевое прогнозирование, распознавание образов. Спектр приложений очень широкий - от видеокамер и бытовых стиральных машин до средств наведения ракет ПВО и управления боевыми вертолетами. Практический опыт разработки систем нечеткого логического вывода свидетельствует, что сроки и стоимость их проектирования значительно меньше, чем при использовании традиционного математического аппарата, при этом обеспечивается требуемый уровень прозрачности моделей.

Многие современные задачи управления просто не могут быть решены классическими методами из-за очень большой сложности математических моделей, их описывающих.

На данном рисунке показаны области наиболее эффективного применения современных технологий управления. Как видно, классические методы управления хорошо работают при полностью детерминированном объекте управления и детерминированной среде, а для систем с неполной информацией и высокой сложностью объекта управления оптимальными являются нечеткие методы управления. (В правом верхнем углу рисунка приведена еще одна современная технология управления - с применением искусственных нейронных сетей, но мы не станем столь глубоко вдаваться в достижения ученых.)

2. Лингвистическая переменная

Лингвистической называется переменная, принимающая значения из множества слов или словосочетаний некоторого естественного или искусственного языка. Множество допустимых значений лингвистической переменной называется терм-множеством. Термом (term) называется любой элемент терм–множества. В теории нечетких множеств терм формализуется нечетким множеством с помощью функции принадлежности.

Задание значения переменной словами, без использования чисел, для человека более естественно. Ежедневно мы принимаем решения на основе лингвистической информации типа: "очень высокая температура"; "длительная поездка"; "быстрый ответ"; "красивый букет"; "гармоничный вкус" и т.п. Психологи установили, что в человеческом мозге почти вся числовая информация вербально перекодируется и хранится в виде лингвистических термов. Понятие лингвистической переменной играет важную роль в нечетком логическом выводе и в принятии решений на основе приближенных рассуждений. Формально, лингвистическая переменная определяется следующим образом:

Опр**:** Лингвистической переменной называется набор **<β,T,U,G,M>**, где

β - наименование лингвистической переменной;

T - множество ее значений (терм-множество), представляющих собой наименования нечетких переменных, областью определения каждой из которых является множество X. Множество T называется базовым терм - множеством лингвистической переменной;

G - синтаксическая процедура, позволяющая оперировать элементами терм-множества T, в частности, генерировать новые термы (значения). Множество $T \cup G(T)$, где $G(T)$ - множество сгенерированных термов, называется расширенным терм - множеством лингвистической переменной;

M - семантическая процедура, позволяющая превратить каждое новое значение лингвистической переменной, образуемое процедурой G, в нечеткую переменную, т.е. сформировать соответствующее нечеткое множество.

Значениями лингвистической переменной являются нечеткие множества, символами которых являются слова и предложения в естественном или формальном языке, служащие, как правило, некоторой элементарной характеристикой явления.

Пример: Рассмотрим лингвистическую переменную с именем x ="температура в комнате". Тогда оставшуюся четверку <T,U,G,M>, можно определить так:

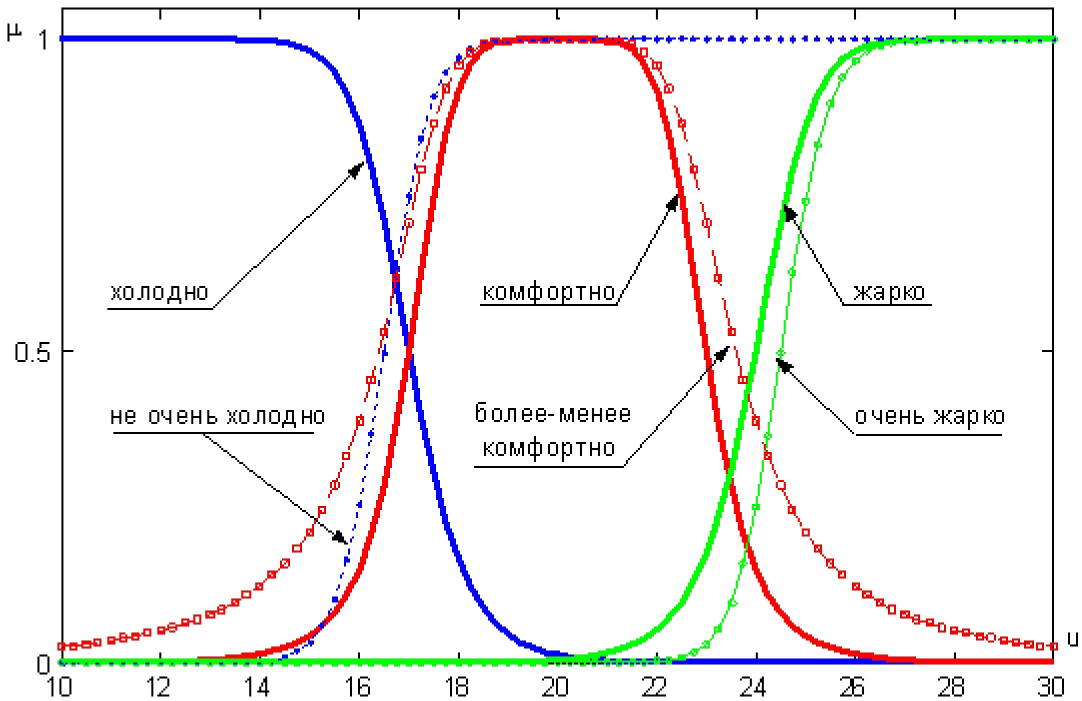
1) универсальное множество $U = [5, 35]$;
2) терм-множество T={"холодно", "комфортно", "жарко"} с такими функциями принадлежностями:

$$\mu_{\text{"холодно"}}(u) = \frac{1}{1+\left(\frac{u-10}{7}\right)^{12}} \qquad \mu_{\text{"комфортно"}}(u) = \frac{1}{1+\left(\frac{u-20}{3}\right)^{6}} \qquad \mu_{\text{"жарко"}}(u) = \frac{1}{1+\left(\frac{u-30}{6}\right)^{10}}$$

3) синтаксические правила G, порождающее новые термы с использованием квантификаторов "и","или", "не", "очень","более-менее" и других;
4) М будет являться процедурой, ставящей каждому новому терму в соответствие нечёткое множество из X по правилам: если термы А и В имели функции принадлежности $\mu_A(u)$ и $\mu_B(u)$ соответственно, то новые термы будут иметь следующие функции принадлежности, заданные в таблице:

Квантификатор	**Функция принадлежности** ($u \in U$)
не t	$1-\mu_t(u)$
очень t	$(\mu_t(u))^2$
более-менее t	$\sqrt{\mu_t(u)}$
А и В	$\max(\mu_A(x), \mu_B(x))$
А или В	$\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$

Графики функций принадлежности термов "холодно", "не очень холодно" и других лингвистической переменной "температура в комнате" показаны на рисунке:



3. Нечеткая переменная

3.1. Четкая переменная

Опр: Чёткая переменная может быть определена как совокупность <α, X, A>, где:

α - наименование переменной,

X - универсальное множество (область определения α),
A - четкое множество на X, определяющее область значений переменной.

Пример: $x \in [0,100]$. x-наименование переменной, X=R, A=[0,100].

3.2. Нечеткая переменная

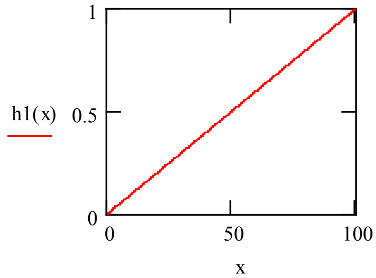
Опр**:** Нечеткая переменная характеризуется тройкой <α, X, A>, где

α - наименование переменной,

X - универсальное множество (область определения α),

A – функция принадлежности $\mu(x)$ определённая на X, говорящая о нашей степени уверенности в том, что x является значением нечёткой переменной.

Пример: Нечеткая переменная *«старый»*, где старый - наименование переменной, X=[0,100], A - нечёткое множество, определяемое линейной функцией принадлежности:



4. Нечеткое множество (fuzzy set)

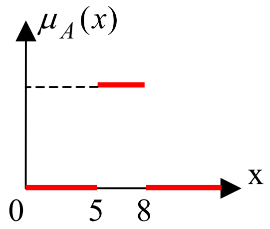
4.1. Основные понятия и примеры

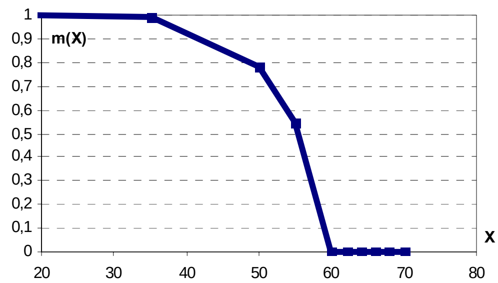
Понятие нечеткого множества - попытка математической формализации нечеткой информации для построения математических моделей. В основе этого понятия лежит представление о том, что составляющие данное множество элементы, обладающие общим свойством, могут обладать этим свойством в различной степени и, следовательно, принадлежать к данному множеству с различной степенью. При таком подходе высказывания типа “такой-то элемент принадлежит данному множеству” теряют смысл, поскольку необходимо указать “насколько сильно” или с какой степенью конкретный элемент удовлетворяет свойствам данного множества.

Обозначения: E – универсальное множество, R – некоторое свойство

Классическая теория множеств	Нечеткие множества
Непустое подмножество **A** объектов, обладающих свойством **R**, из универсального множества **E** однозначно определяется характеристической функцией принадлежности: $\boxed{\mu_A(x) = \begin{cases} 1, если\ x \in A \\ 0, если\ x \notin A \end{cases}}$ Такие понятия, как множество «больших» или «малых» величин, уже не являются множествами в классическом смысле, так как не определены границы их степеней малости, которые позволили бы провести классификационную процедуру и четко отнести каждый объект к определенному классу. **Пример**: Четкое множество «Латинский алфавит»: E={A,B,C … Z} **Пример**: Определим подмножество A множества E всех действительных чисел от 5 до 8. A = [5,8].	Опр: ***Нечеткое множество*** *(НМ)* – подмножество элементов A из E, такое, что каждому элементу сопоставлена степень принадлежности этого элемента множеству E. НМ полностью определяется заданием функции принадлежности $\mu_A(x)$: ее область определения – E, область значений – отрезок [0,1]. Чем выше значение $\mu_A(x)$, тем выше оценивается степень принадлежности элемента x из E нечеткому множеству A. **Пример**: Нечеткое множество «Оптимальный возраст работника». E = [20,70], ф-я принадлежности, полученная на основе опроса ряда экспертов:

Характеристическая функция ставит в соответствие число 1 или 0 каждому элементу в E, в зависимости от того принадлежит данный элемент подмножеству A или нет:



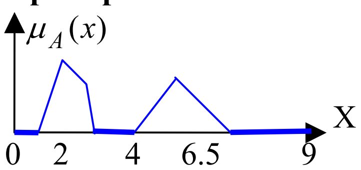


Возраст от 20 до 35 оценивается экспертами как бесспорно оптимальный, в диапазоне от 35 до 60 эксперты проявляют неуверенность, от 60 до 70 – не оптимальный.

Опр: ***Носитель*** нечеткого множества A - четкое подмножество из E, на котором $\mu_A(x)$>0:

$$\boxed{\sigma(A) = \{x \mid \mu_A(x) > 0\}}$$

Пример:

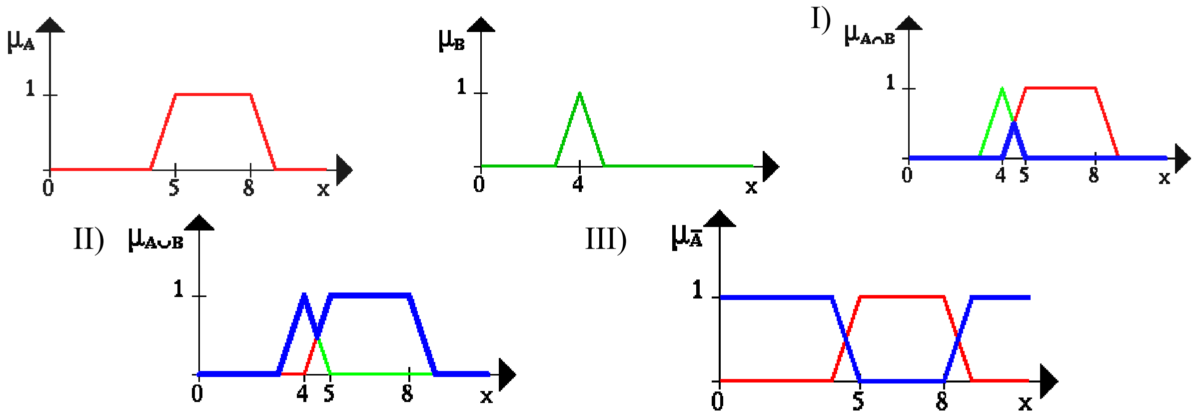


Носитель данного НМ – подмножества (2,4) и (6.5,9) множества X.

4.2. Основные операции над нечеткими множествами

Классическая теория множеств	Нечеткие множества
Основные операции над четкими множествами: Пересечение множеств $C = A \cap B$; Объединение множеств $C = A \cup B$; Отрицание (дополнение) множества $C = \overline{A}$.	Заде предложил набор аналогичных операций над НМ через операции с функциями принадлежности: Если **A** <=> $\mu_A(u)$, **B** <=> $\mu_B(u)$, то результат операций - нечеткое множество **C** <=> $\mu_C(u)$, причем: ▪ если **C** = **A** ∩ **B**, то $\mu_C(u) = \min(\mu_A(u), \mu_B(u))$; ▪ если **C** = **A** ∪ **B**, то $\mu_C(u) = \max(\mu_A(u), \mu_B(u))$; ▪ если **C** = $\overline{A}$, то $\mu_C(u) = 1 - \mu_A(u)$.

Пример: Пусть ***A*** - нечеткое множество «от 5 до 8» и ***B*** - нечеткое множество «около 4», заданные своими функциями принадлежности:



I) Нечеткое множество «между 5 и 8» И ($\bigcap$) «около 4» (синяя линия).

II) Нечеткое множество «между 5 и 8» ИЛИ ($\bigcup$) «около 4» (синяя линия).

III) Нечеткое множество НЕ А (синяя линия - это отрицание нечеткого множества А).

Опр: ***Отношение включения*** НМ **A** $\subset$ **B** : НМ **A** содержится(включено) в НМ **B**, если $\boxed{\forall x \in E : \mu_A(x) \le \mu_B(x)}$ (иногда говорят, что В «доминирует» над А).

Опр: ***Равенство*** НМ **A = B**, если $\boxed{\forall x \in E : \mu_A(x) = \mu_B(x)}$.

Опр: ***Разность*** НМ **A – B** = $A \bigcap \overline{B}$ с функцией принадлежности: $\boxed{\mu_{A-B}(x) = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x))}$.

Свойства операций над нечеткими множествами:

Пусть **A, B, C** - нечеткие множества, тогда выполняются следующие свойства:

1) Коммутативность: $\begin{cases} A \cap B = B \cap A \\ A \cup B = B \cup A \end{cases}.$

2) Ассоциативность: $\begin{cases} (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \\ (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \end{cases}.$

3) Идемпотентность: $\begin{cases} A \cap A = A \\ A \cup A = A \end{cases}.$

4) Дистрибутивность: $\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases}.$

5) Законы де Моргана: $\begin{cases} \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \\ \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \end{cases}.$

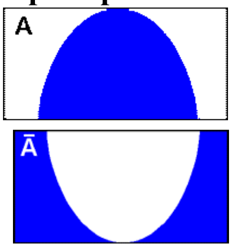
6) $A \bigcup \varnothing = A$, где $\varnothing$ - *пустое множество*, т.е $\mu_{\varnothing}(x) = 0, \forall x \in E$.

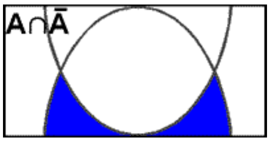
7) $A \bigcap \varnothing = \varnothing$.

8) $A \bigcap E = A, A \bigcup E = E$.

ЗАМЕЧАНИЕ: В отличии от четких множеств, для нечетких множеств в общем случае: $\boxed{A \cap \bar{A} \neq \varnothing}$ и $\boxed{A \cup \bar{A} \neq E}$.

Пример: Наглядное представление операций над нечеткими множествами:



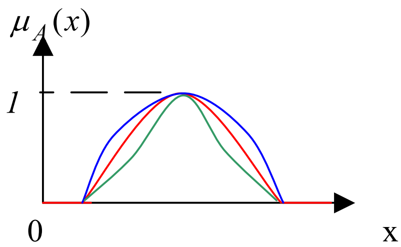


Нечеткое множество можно интерпретировать как площадь под графиком функции принадлежности $\mu_A(x)$.

4.3. Дополнительные операции над нечеткими множествами

Опр: **Возведение в степень** ‘a’(a>0) НМ A: A^a, где $\boxed{\mu_{A^a}(x) = \mu_A^a(x)}$

Частными случаями возведения в степень являются:



- **CON(A)=A^2** – операция *концентрирования;*
- **DIL(A)=A$^{0.5}$** – операция *растяжения.*

Геометрически результат действия этих операций выглядит: красный – график функции принадлежности НМ A, синий – НМ $A^{0.5}$, зеленый – НМ A^2).

Результат применения операции концентрирования к НМ **A**– уменьшение степени принадлежности элементов этому множеству (в теории лингвистических переменных это аналогично использованию усиления типа *«очень»*).

Опр**: Декартово произведение нечетких множеств:** Пусть $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$, ..., $\mathbf{A}_n$ - нечеткие подмножества универсальных множеств $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$, ..., $\mathbf{E}_n$ соответственно. Декартово произведение $\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2 \times ... \times \mathbf{A}_n$ – нечеткое подмножество множества $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 \times \mathbf{E}_2 \times ... \times \mathbf{E}_n$ с ф-й принадлежности: $\mu_A(x_1, x_1, ..., x_n) = \min\{ \mu_{A1}(x_1), \mu_{A2}(x_2), ..., \mu_{An}(x_n) \}$.

5. Нечеткие отношения

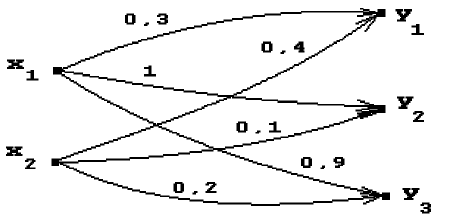
5.1 Определение и примеры

Опр: Нечетким отношением R на множествах X_1, X_2 … X_n называется нечеткое подмножество декартова произведения X1×X2×…×Xn. Степень принадлежности $\mu_R(x_1,x_2 \dots x_n)$ показывает степень выполнения отношения R между соответствующими элементами.

В случае конечных или счетных универсальных множеств очевидна интерпретация нечеткого отношения в виде взвешенного графа, в котором пара вершин (x_i,x_j) в случае X**R**X соединяется ребром с весом $\mu_R(x_i,x_j)$, в случае X**R**Y пара вершин (x_i,y_j) соединяется ребром с весом $\mu_R(x_i,y_j)$.

Примеры:

1) Пусть X={x1,x2} и Y={y1,y2,y3}, тогда нечеткий граф вида задает нечеткое отношение X**R**Y.



2) Нечеткое отношение $x \approx y$ ("x приблизительно равно y").

Пусть $x, y \in \{0,1,2,3\}$. Тогда нечеткое отношение удобно задавать матрицей вида:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \leftarrow y \quad x\downarrow \\ \tilde{R} = & \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.2 & 0.1 \\ 0.5 & 1 & 0.6 & 0.3 \\ 0.2 & 0.6 & 1 & 0.8 \\ 0.1 & 0.3 & 0.8 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \end{array}$$

5.2 Основные операции над нечеткими отношениями

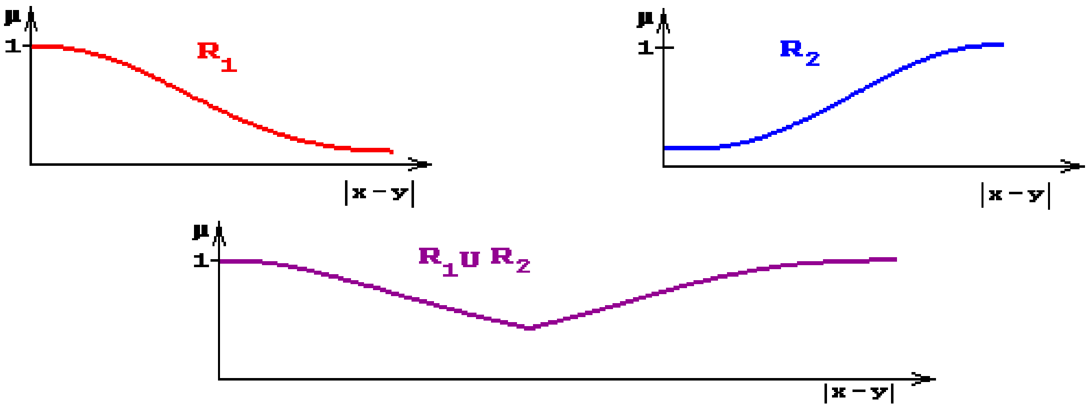
1) Объединение двух отношений $\boldsymbol{R_1}$ и $\boldsymbol{R_2}$.

Объединение двух отношений обозначается $\mathbf{R_1 \cup R_2}$ и определяется выражением:

$$\mu_{R1\cup R2}(x,y) = \mu_{R1}(x,y) \bigcup \mu_{R2}(x,y) = \max\{\mu_{R1}(x,y), \mu_{R2}(x,y)\}$$

Пример: Ниже изображены отношения действительных чисел, содержательно означающие: xR_1y - "числа x и y очень близкие", xR_2y - "числа x и y очень различны" и их объединение $x\mathbf{R_1 \cup R_2}y$ - "числа x и y очень близкие или очень различные".

Функции принадлежности отношений заданы на |y-x|.



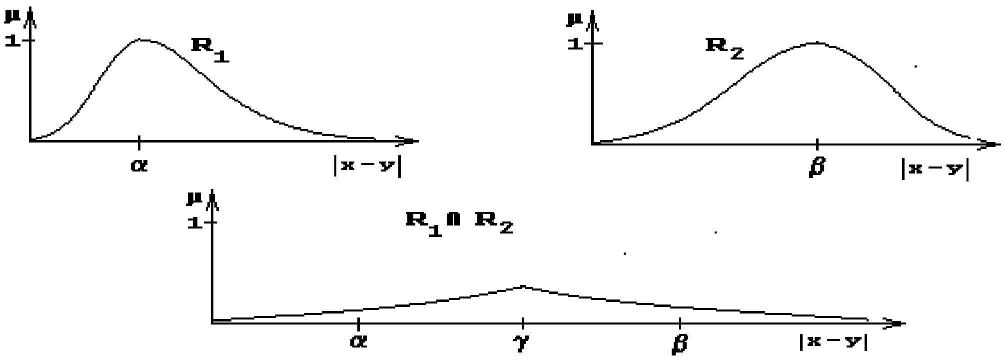
$$\mu_{R1\cup R2}(x,y)=\begin{cases}\mu_{R1}(x,y), |y-x|\le\alpha\\ \mu_{R2}(x,y), |y-x|>\alpha\end{cases}$$
, где α - такое |y-x|, что μR1(x,y) = μR2(x,y).

2) <u>Пересечение двух отношений</u> ***R₁*** и ***R₂*.**

Пересечение двух отношений ***R₁*** и ***R₂*** обозначается **R₁∩R₂** и определяется выражением:

$$\mu_{R1\cap R2}(x,y)=\mu_{R1}(x,y)\cap\mu_{R2}(x,y)=\min\{\mu_{R1}(x,y),\mu_{R2}(x,y)\}$$

Пример: Ниже изображены отношения: x**R₁**y, означающее "модуль разности |y-x| близок к α", x**R₂**y, означающее "модуль разности |y-x| близок к β", и их пересечение.



5.3 Композиция двух нечетких отношений

<u>Опр</u>: Пусть **R₁** - нечеткое отношение **R₁**: (**X**×**Y**) → [0,1] между X и Y, и R2 - нечеткое отношение **R₂**: (**Y**×**Z**) → [0,1] между Y и Z. Нечеткое отношение между X и Z, обозначаемое **R₂•R₁**, определенное через **R₁** и **R₂** выражением:

$$\mu_{R1\bullet R2}(x,z)=\bigcup_{Y}[\mu_{R1}(x,y)\cap\mu_{R2}(y,z)]=\max_{y\in Y}(\min(\mu_{R1}(x,y),\mu_{R2}(y,z))),$$

называется <u>(max-min)-композицией</u> отношений **R₁** и **R₂**.

Пример:

R_1

	y_1	y_2	y_3
x_1	0,1	0,7	0,4
x_2	1	0,5	0

R_2

	z_1	z_2	z_3	z_4
y_1	0,9	0	1	0,2
y_2	0,3	0,6	0	0,9
y_3	0,1	1	0	0,5

$R_2 \bullet R_1$

	z_1	z_2	z_3	z_4
x_1	0,3	0,6	0,1	0,7
x_2	0,9	0,5	1	0,5

5.4 Способы определения нечеткой импликации

Будем считать, что заданы универсальные множества X и Y, содержащие конечное число элементов. Под способом определения нечеткой импликации **"*если* A, *то* B"** (где A и B нечеткие множества на X и Y соответственно) будем понимать способ задания нечеткого отношения R на X×Y, соответствующего данному высказыванию. С целью обоснованного выбора определения нечеткой импликации, японскими математиками Мидзумото, Танака и Фуками было проведено исследование всех известных в литературе определений. Рассмотрим здесь наиболее распространенные определения, задающие следующие нечеткие отношения для высказывания ***"если A, то B"***:

1) **R_1**: $$\mu_{R1} = \begin{cases} 1, \text{если} & \mu_A(x) \le \mu_B(y) \\ 0, \text{если} & \mu_A(x) > \mu_B(y) \end{cases} \quad (1)$$

2) **R_2**: $$\mu_{R2} = \begin{cases} 1, \text{если} & \mu_A(x) \le \mu_B(y) \\ \mu_B(y), \text{если} & \mu_A(x) > \mu_B(y) \end{cases} \quad (2)$$

3) **R_3**: $AR_3B = AR_1B \cap \overline{A}R_2\overline{B}$ (3)

4) **R_4**: $AR_4B = AR_2B \cap \overline{A}R_2\overline{B}$ (4)

5) **R_5**: $AR_5B = AR_2B \cap \overline{A}R_1\overline{B}$ (5)

6) **R_6**: $AR_6B = AR_1B \cap \overline{A}R_1\overline{B}$ (6)

Наиболее распространено следующее определение:

7) **R_7**: $$\mu_{R7} = \begin{cases} \mu_A(x), \text{если} & \mu_A(x) \le \mu_B(y) \\ \mu_B(y), \text{если} & \mu_A(x) > \mu_B(y) \end{cases} \quad (7)$$

(таким образом, $\boxed{\mu_{R7}(x,y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)), \ \forall x, y}$).

6. Нечеткие высказывания

6.1 Определение нечеткого высказывания

Опр: **Нечеткие высказывания** – конструкции следующего вида:

1) Высказывание <β есть β'>, где β - наименование лингвистической переменной, β' - ее значение, которому соответствует нечеткое множество на универсальном множестве X.

Пример: Высказывание <*давление большое*> предполагает, что лингвистической переменной *"давление"* придается значение *"большое"*, для которого на универсальном множестве X переменной *"давление"* определено соответствующее данному значению "*большое*" нечеткое множество.

2) Высказывание < β есть mβ'>, где m - модификатор, которому соответствуют слова "*ОЧЕНЬ*", "*БОЛЕЕ ИЛИ МЕНЕЕ*", "*МНОГО БОЛЬШЕ*" и др.

Пример: <*давление очень большое*>, <*скорость много больше средней*> и др.

3) Составные высказывания, образованные из высказываний видов 1 и 2 и союзов "*И*", "*ИЛИ*", "*ЕСЛИ.., ТО...", "ЕСЛИ.., ТО.., ИНАЧЕ*".

Высказывания на множестве значений фиксированной лингвистической переменной	Случай двух и более лингвистических переменных
Тот факт, что значения фиксированной лингвистической переменной соответствуют нечетким множествам одного и того же универсального множества X, позволяет отождествлять модификаторы "*очень*" или "*не*" с операциями "CON" и "*дополнение*", а союзы "*И*", "*ИЛИ*" с операциями "*пересечение*" и "*объединение*" над нечеткими множествами. **Пример:** Лингвистическая переменная "*толщина изделия*" с базовым терм-множеством T = {"*малая*", "*средняя*", "*большая*"}	Пусть <α, T_α, X, G_α, M_α> и <β, T_β, Y, G_β, M_β> - лингвистические переменные, и высказываниям <α есть α'>, <β есть β'> соответствуют нечеткие множества A и B заданные на X и Y. Составные нечеткие высказывания вида 3, связывающие значения лингвистических переменных α и β, можно привести к высказываниям вида 1, введя лингвистическую переменную (α, β), значениям которой будут соответствовать нечеткие множества на X×Y.

"*большая*"}. При этом на **X** = [10, 80] определены нечеткие множества A_1, A_2, A_3, соответствующие базовым значениям: "*малая*", "*средняя*", "*большая*". В этом случае высказыванию <*толщина изделия очень малая*> соответствует нечеткое множество **CONA = A²**; высказыванию <*толщина изделия не большая или средняя*> - нечеткое множество $A_2 \cup \overline{A_3}$; высказыванию <*толщина изделия не малая и не большая*> $\overline{A_1} \cap \overline{A_3}$. Высказывания <*толщина изделия много больше средней*> или <*толщина изделия близка к средней*> требуют использования *нечетких отношений R* ("*много больше, чем*") и R ("близко к"), заданных на X×X. Тогда этим высказываниям будут соответствовать нечеткие множества $A \bullet R_1$ и $A \bullet R_2$, индуцированные нечеткими отношениями R_1 и R_2.	Напомним, что нечеткие множества A и B, заданные на X и Y, порождают на X×Y нечеткие множества $\hat{A}$ и $\hat{B}$, называемые <u>цилиндрическими продолжениями</u>, с функциями принадлежности: $\mu_{\hat{A}}(x,y) = \mu_A(x)$ при $\forall y \in Y$ $\mu_{\hat{B}}(x,y) = \mu_B(y)$ при $\forall x \in X$ где $(x,y) \in X \times Y$. Нечеткие множества, соответствующие составным высказываниям <α есть α' и β есть β'> и <α есть α' или β есть β'>, определяются по следующим **правилам** (преобразования к виду 1), справедливым при условии невзаимодействия переменных, т.е. множества X и Y таковы, что их элементы не связаны какой-либо функциональной зависимостью.

6.2 Правила преобразований нечетких высказываний

<u>Правило преобразования **конъюнктивной** формы:</u>

Справедливо выражение: <α есть α**'** и β есть β'**>** ⇒ **<(**α**,** β**)** есть **(**α**'**∩β**')>.** Здесь ⇒ - знак подстановки, α'∩β' - значение лингвистической переменной (α, β), соответствующее исходному высказыванию <α есть α' и β есть β'>, которому на X×Y ставится в соответствие нечеткое множество $\hat{A} \cap \hat{B}$ с функцией принадлежности:

$$\boxed{\mu_{\hat{A}\cap\hat{B}}(x,y) = \mu_{\hat{A}}(x,y) \cap \mu_{\hat{B}}(x,y) = \mu_A(x) \cap \mu_B(y)}.$$

Правило преобразования **дизъюнктивной** формы:

Справедливо выражение: **<**α есть α**'** или β есть β**'>** $\Rightarrow$ **<(**α**,**β**)** есть **(**α**'**$\cup$$\beta$**')>**, где значению ($\alpha'\cup\beta'$) лингвистической переменной (α, β) соответствует нечеткое множество $\hat{A} \cup \hat{B}$, с функцией принадлежности: $\boxed{\mu_{\hat{A}\cup\hat{B}}(x,y) = \mu_{\hat{A}}(x,y) \cup \mu_{\hat{B}}(x,y) = \mu_A(x) \cup \mu_B(y)}$.

Замечание: Правила справедливы также для лингвистических переменных вида <α, T_1, X, G_1,M_1> и <α, T_2, Y, G_2, M_2>, когда в форме значений лингвистических переменных формализованы невзаимодействующие характеристики одного и того же объекта. Например, для построения нечеткого множества высказывания *<ночь теплая и очень темная>* нужно использовать правило конъюнктивной формы, а для высказывания *<ночь теплая или очень темная>* - правило дизъюнктивной формы.

Правило преобразования высказываний **импликативной** формы:

Справедливо выражение: **<**если α есть α**',** то β есть β**'>** $\Rightarrow$ **<(**α**,** β**)** есть **(**α**'**$\rightarrow$$\beta$**')>**, где значению ($\alpha'\rightarrow\beta'$) лингвистической переменной (α, β) соответствует нечеткое отношение XRY на X×Y. Функция принадлежности $\mu_R(x,y)$ зависит от выбранного способа задания нечеткой импликации [2.3.6.].

6.3 Логико-лингвистическое описание систем, нечеткие модели

Логико-лингвистические методы описания систем основаны на том, что поведение исследуемой системы описывается в естественном (или близком к естественному) языке в терминах лингвистических переменных. Входные и выходные параметры системы рассматриваются как лингвистические переменные, а качественное описание процесса задается совокупностью высказываний следующего вида:

$\mathbf{L_1}$: если <a_{11}> и/или <a_{12}> и/или … и/или <a_{1m}>, то <b_{11}> и/или … и/или <b_{1n}>,
$\mathbf{L_2}$: если <a_{21}> и/или <a_{22}> и/или … и/или <a_{2m}>, то <b_{21}> и/или … и/или <b_{2n}>,
....
$\mathbf{L_k}$: если <a_{k1}> и/или <a_{k2}> и/или … и/или <a_{km}>, то <b_{k1}> и/или … и/или <b_{kn}>,
где <a_{ij}>, i=1,2,..,k j=1,2,…,m- составные нечеткие высказывания первого и второго типов, определенные на значениях входных лингвистических переменных, а <b_{ij}>, i = 1,2,..,k j=1,2,…,n – нечёткие высказывания первого и второго типов , определенные на значениях выходных лингвистических переменных. Эта совокупность правил носит название нечеткой базы знаний.

Опр: *Нечеткой базой знаний* называется совокупность нечетких правил "Если - то", определяющих взаимосвязь между входами и выходами исследуемого объекта.

Затем с помощью правил преобразования дизъюнктивной и конъюнктивной формы описание системы можно привести к виду:

$\mathbf{L_1}$: если $\langle A_1 \rangle$, то$\langle B_1 \rangle$,
$\mathbf{L_2}$: если $\langle A_2 \rangle$, то $\langle B_2 \rangle$,
....
$\mathbf{L_k}$: если $\langle A_k \rangle$, то $\langle B_k \rangle$,

где $A_1, A_2, .., A_k$ - нечеткие множества, заданные на декартовом произведении X универсальных множеств входных лингвистических переменных, а $B_1, B_2, .., B_k$ - нечеткие множества, заданные на декартовом произведении Y универсальных множеств выходных лингвистических переменных.

Совокупность импликаций $\{\mathbf{L_1}, \mathbf{L_2}, ..., \mathbf{L_k}\}$ (т.е. определяющих их нечетких отношений) отражает функциональную взаимосвязь входных и выходных переменных и является основой построения обобщенного нечеткого отношения **XRY,** заданного на произведении X×Y универсальных множеств входных и выходных переменных. Отношение **R** строится как $\bigcup_i L_i$.

В основе построения логико-лингвистических систем лежит **композиционное правило вывода Заде.**

Опр: *Композиционное правило вывода Заде* формулируется следующим образом:
Если на множестве X задано нечеткое множество A, то композиционное правило вывода B = A•R, где R – нечеткое отношение, задающее нечеткую импликацию, определяет на Y нечеткое множество B с функцией принадлежности: $\boxed{\mu_B(y) = \bigcup_{x \in X} [\mu_A(x) \cap \mu_R(x, y)]}$.

Таким образом, композиционное правило вывода в этом случае задает закон функционирования нечеткой модели системы.

Преимущество данной модели в её универсальности. Нам неважно, что на входе – конкретные числовые значения или некоторая неопределённость, описываемая нечётким множеством. Но за данную универсальность приходится расплачиваться сложностью системы – нам приходится работать в пространстве размерности m×n. Поэтому этой общей моделью на практике пользуются довольно редко. Обычно же используют её упрощение, называемое нечётким выводом. Оно основывается на предположении, что все входные лингвистические переменные имеют известные нам числовые значения (что довольно часто бывает на практике). Так же обычно не используют более одной выходной лингвистической переменной.

7. Нечеткий вывод

Опр: ***Нечетким логическим выводом*** (fuzzy logic inference) называется аппроксимация зависимости $Y = f(X_1,X_2 \ldots X_n)$ каждой выходной лингвистической переменной от входных лингвистических переменных и получение заключения в виде нечеткого множества, соответствующего текущим значениях входов, с использованием нечеткой базы знаний и нечетких операций. Основу нечеткого логического вывода составляет композиционное правило Заде.

В общем случае нечеткий вывод решения происходит за три (или четыре) шага:

1) Этап фаззификации. С помощью функций принадлежности всех термов входных лингвистических переменных и на основании задаваемых четких значений из универсов входных лингвистических переменных определяются степени уверенности в том, что выходная лингвистическая переменная принимает значение – конкретный терм. Эта степень уверенности есть ордината точки пересечения графика функции принадлежности терма и прямой x = четкое значение ЛП.
2) Этап непосредственного нечеткого вывода. На основании набора правил – нечеткой базы знаний – вычисляется значение истинности для предпосылки каждого правила на основании конкретных нечетких операций, соответствующих конъюнкции или дизъюнкции термов в левой части правил. В большинстве случаев это либо максимум, либо минимум из степеней уверенности термов, вычисленных на этапе фаззификации. которое применяется к заключению каждого правила. Используя один из способов построения нечёткой импликации мы получим нечёткую нечеткую переменную, соответствующую вычисленному значению степени уверенности в левой части правила и нечеткому множеству в правой части правила.

   Обычно в качестве для вывода используется минимизация или правила продукции. При минимизирующем логическом выводе, выходная функция принадлежности ограничена сверху в соответствии с вычисленной степенью истинности посылки правила(нечеткое логическое И). В логическом выводе с использованием продукций, выходная функция принадлежности масштабируется с помощью вычисленной степенью истинности предпосылки правила.

3) Этап композиции (агрегации, аккумуляции). Все нечеткие множества, назначенные для каждого терма каждой выходной лингвистической переменной объединяются вместе и формируется единственное нечеткое множество - значение для каждой выводимой лингвистической переменной. Наконец снова, обычно используются функции MAX или SUM.
4) Этап дефаззификации. (необязательный). Используется тогда, когда полезно преобразовывать нечеткий набор значений выводимых лингвистических переменных к точным значениям. Имеется достаточно большое количество методов перехода к точным значениям (по крайней мере 30). Два из общих методов - это «методы полной интерпретации» и «по максимуму». В методе полной интерпретации, точное значение выводимой переменной вычисляется как значение "центра тяжести" функции принадлежности для нечеткого значения. В методе максимума в качестве точного значения выводимой переменной принимается максимальное значение функции принадлежности.

В теории нечетких множеств процедура дефаззификации аналогична нахождения характеристик положения (математического ожидания, моды, медианы) случайных величин в теории вероятности. Простейшим способом выполнения процедуры дефаззификации является выбор четкого числа, соответствующего максимуму функции принадлежности. Однако пригодность этого способа ограничивается лишь одноэкстремальными функциями принадлежности. Для многоэкстремальных функций принадлежности часто используются следующие методы дефаззификации:

1) **COG** (center of gravity) – «центр тяжести». Физическим аналогом этой формулы является нахождение центра тяжести плоской фигуры, ограниченной осями координат и графиком функции принадлежности нечеткого множества.
2) **MOM** (mean of maximums) - центр максимумов. В методе центра максимумов находится среднее арифметическое элементов универсального множества, имеющих максимальные степени принадлежностей.
3) **First Maximum** («первый максимум»). Это максимум функции принадлежности с наименьшей абсциссой.

Функциональная схема процесса нечеткого вывода в упрощенном виде представлена на рисунке. На этой схеме выполнение первого этапа нечеткого вывода – фаззификации – осуществляет фаззификатор. За процедуру непосредственно нечеткого вывода ответственна машина нечеткого логического вывода, которая производит второй этап процесса вывода на основании задаваемой нечеткой базы знаний (набора правил), и этап композиции. Дефаззификатор производит последний этап нечеткого вывода – дефаззификацию.

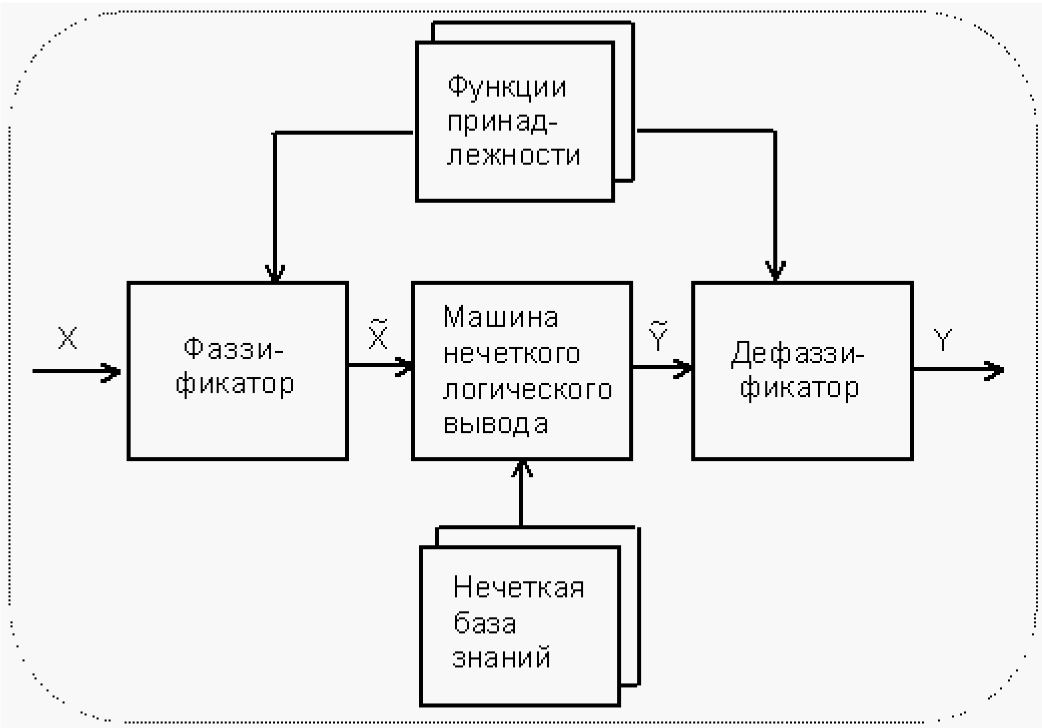


Рис. Нечеткий логический вывод

Рассмотрим алгоритм нечеткого вывода на конкретном **примере**:

Пусть у нас есть некоторая система, например реактор, описываемая тремя параметрами: температура, давление и расход рабочего вещества. Все показатели измеримы и множество возможных значений известно. Так же из опыта работы с системой известны некоторые правила, связывающие значения этих параметров. Предположим, что сломался датчик, измеряющий значение одного из параметров системы, но знать его значение хотя бы приблизительно необходимо. Тогда встаёт задача об отыскании значения этого неизвестного значения (пусть это будет давление) при известных значениях двух других параметров (температуры и расхода) и связи этих величин в виде следующих правил:

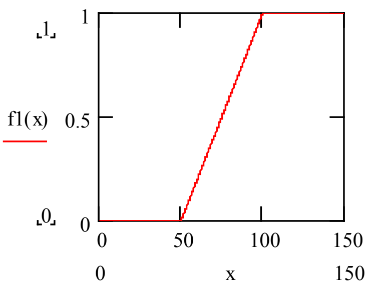
- *Если Температура низкая и Расход малый, то Давление низкое*

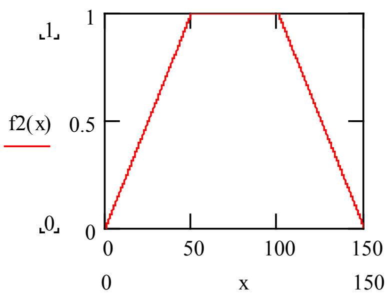
- *Если Температура средняя, то Давление среднее*
- *Если Температура высокая или Расход большой, то Давление высокое*

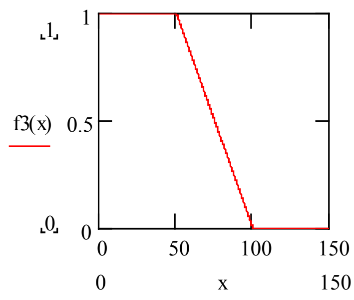
В нашем случае Температура, Давление и Расход – лингвистические переменные. Опишем каждую из них.

Температура. Универс (множество возможных значений) – отрезок [0,150] . Начальное множество термов {Высокая, Средняя, Низкая}. Функции принадлежности термов имеют следующий вид:

Высокая Средняя Низкая

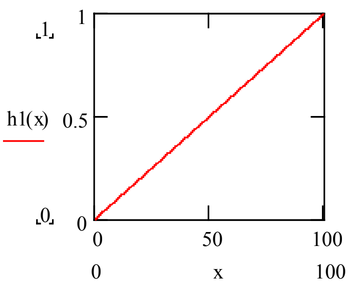


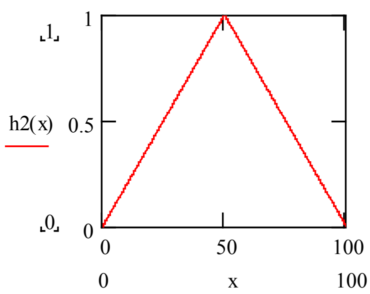


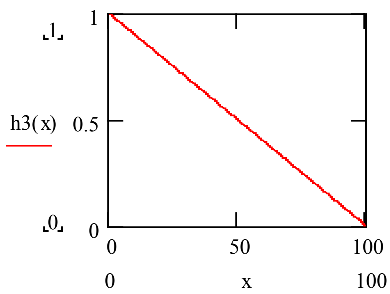


Давление. Универс – отрезок [0,100]. Начальное множество термов {Высокое, Среднее, Низкое} Функции принадлежности термов имеют следующий вид:

Высокое Среднее Низкое

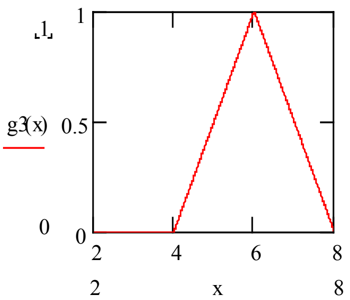


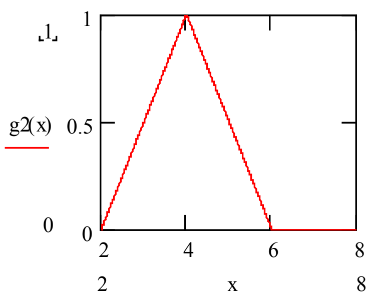


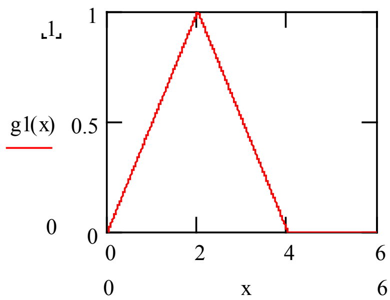


Расход. Универс – отрезок [0,8]. Начальное множество термов {Большой, Средний, Малый} Функции принадлежности термов имеют следующий вид:

Большой Средний Малый







Пусть известны значения Температура 85 и Расход 3,5 . Произведём расчёт значения давления.

Последовательно рассмотрим этапы нечеткого вывода:

Сначала по заданным значениям входных параметров найдём степени уверенности простейших утверждений вида «Лингв. переменная А есть Терм Лингв. переменной А». Этот этап называется фаззификацией, т.е. переход от заданных чётких значений к степеням уверенности. Получаем следующие степени уверенности:

- Температура Высокая - 0.7
- Температура Средняя - 1
- Температура Низкая - 0,3
- Расход Большой - 0
- Расход Средний - 0,75
- Расход Малый - 0,25

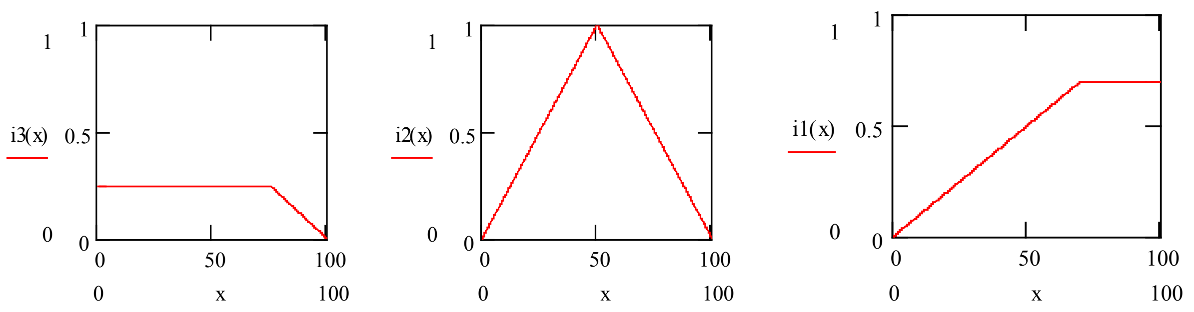
Затем вычислим степени уверенности посылок правил:

- Температура низкая и Расход малый: min (Темп. Низкая, Расход Малый) = min(0.3, 0.25)=0.25
- Температура Средняя : 1
- Температура Высокая или Расход Большой: max(Темп. Высокая, Расход Большой)=max(0.7,0)=0,7

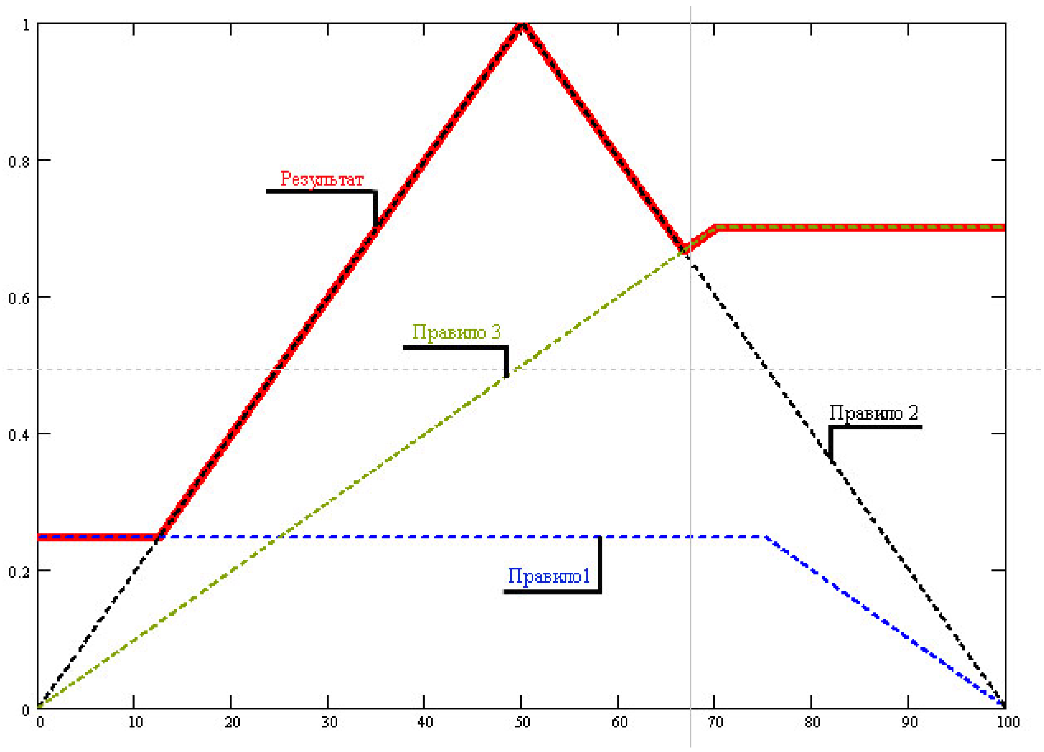
Следует отметить так же тот факт, что с помощью преобразований нечётких множеств любое правило содержащее в левой части как конъюнкции, так и дизъюнкции можно привести к системе правил, в левой части каждого будут либо только конъюнкции, либо только дизъюнкции. Таким образом, не уменьшая общности, можно рассматривать правила, содержащие в левой части либо только конъюнкции, либо только дизъюнкции.

Каждое из правил представляет из себя нечёткую импликацию. Степень уверенности посылки мы вычислили, а степень уверенности заключения задаётся функцией принадлежности соответствующего терма. Поэтому используя один из способов построения нечёткой импликации мы получим новую нечёткую переменную, соответствующую степени уверенности о значении выходного значения при применении к заданным входным соответствующего правила. Используя определение нечёткой импликации как минимума левой и правой частей, имеем:

Правило1 Правило2 Правило3



Теперь необходимо объединить результаты применения всех правил. Этот этап называется аккумуляцией. Один из основных способов аккумуляции – построение максимума полученных функций принадлежности. Получаем:



Полученную функцию принадлежности уже можно считать результатом. Это новый терм выходной переменно Давление. Его функция принадлежности говорит о степени уверенности в значении давления при заданных значениях входных параметров и правилах, определяющих соотношение входных и выходных переменных. Но обычно всё-таки необходимо какое-то конкретное числовое значение. Для его получения используется этап дефаззификации, т.е. получения конкретного значения из универса по заданной на нём функции принадлежности.

Существует множество методов дефаззификации, но в нашем случае достаточно метода первого максимума. Применяя его к полученной функции принадлежности, получаем, что значение давления – 50.

8. Описание примеров

8.1 Описание логико-лингвистической модели “набор баскетболистов”

Здесь описывается нечёткая система принятия решения о принятии баскетболиста в команду. Для описания баскетболиста используются следующие лингвистические переменные:

- **Оценка техники игры**: определяется в баллах от 0 до 100, строится на основе нечётких (субъективных) оценок игроков. Множество определения [0,100]. Базовые термы – отличная, очень хорошая, хорошая, не очень хорошая, плохая.
- **Рост игрока**: рост игрока в сантиметрах. Множество определения [170,236]. Базовые термы – очень высокий, высокий, не очень высокий, низкий.

В качестве выхода используется критерий принятия игрока в команду, измеряемый в процентах. Выходная лингвистическая переменная:

- **Уверенность отбора**: Множество определения [0,100]. Базовые термы –полная, средняя, малая, не берём.

Правила системы определяются следующей таблицей:

Входные лингвистические переменные		Выходная линг. переменная
Техника игры	**Рост игрока**	**Уверенность отбора**
Отлично	Очень высокий	Полная
Отлично	Высокий	Полная
Отлично	Не очень высокий	Средняя
Отлично	Низкий	Средняя
Очень хорошо	Очень высокий	Полная
Очень хорошо	Высокий	Полная
Очень хорошо	Не очень высокий	Средняя
Очень хорошо	Низкий	Средняя
Хорошо	Очень высокий	Полная
Хорошо	Высокий	Полная
Хорошо	Не очень высокий	Средняя
Хорошо	Низкий	Малая
Не очень хорошо	Очень высокий	Средняя
Не очень хорошо	Высокий	Средняя
Не очень хорошо	Не очень высокий	Малая

Не очень хорошо	Низкий	Не берём
Плохо	Очень высокий	Малая
Плохо	Высокий	Малая
Плохо	Не очень высокий	Малая
Плохо	Низкий	Не берём

8.2 Описание логико-лингвистической модели “футбол”

Пример позаимствован из [7]. Здесь описана система нечёткого вывода, прогнозирующая результаты футбольных матчей. При описании системы под первой командой понимается команда-хозяин поля, под второй – команда-гость. Для описания системы используются следующие лингвистические переменные:

- **Разница потерь ведущих игроков** - разница между количеством травмированных и дисквалифицированных футболистов в первой команде – хозяине поля и количеством травмированных и дисквалифицированных футболистов в гостевой команде. Множество определения [-6,6]. Базовые термы – большая скамейка, одинаковая скамейка, короткая скамейка.
- **Разница игровых динамик** - разница очков, набранных командой хозяином поля и гостевой командой в последних пяти турах. Множество определения [-15,15]. Базовые термы – существенный проигрыш, проигрыш, выигрыш, существенный выигрыш.
- **Разница в классе команд** - разница мест, которые занимают команда-хозяин и команда-гость в текущем чемпионате. Множество определения [-13,13]. Базовые термы – лидер, верхняя половина, середина, нижняя половина, аутсайдер (данные названия следует рассматривать, как характеристику первой команды относительно второй)
- **Фактор поля** - (рассчитываться как *HP/HG* - *GP/GG*, где *HP* – общее количество очков, набранное командой хозяином поля в домашних играх текущего чемпионата; *HG* - общее количество домашних игр, проведенных командой хозяином поля в текущем чемпионата; *GP* – общее количество очков, набранное гостевой командой в текущего чемпионата на выезде; *GG* - общее количество выездных игр, проведенных гостевой командой в текущем чемпионата. Множество определения [-2,3]. Базовые термы – абсолютная неудача, неудача, преимущество, абсолютное преимущество. Данное значение смотрится только для команды-хозяина поля, поскольку в предстоящей встрече фактор своего поля важен только для неё.

- **Встреча команд** - разница забитых и пропущенных мячей двух команд во всех чемпионатах. Множество определения [-20,20]. Базовые термы – позорные встречи, равные встречи, разгромные встречи (эта характеристика встреч для первой команды).
- **Результат матча** - разница голов забитых командой хозяином поля и гостевой командой в предстоящей встрече. Множество определения [-3,3]. Базовые термы крупный проигрыш, проигрыш, ничья, выигрыш, крупный выигрыш.

Первые пять лингвистических переменных являются входными, **результат матча** – выходная переменная правил.

Правила вывода представим следующей таблицей

№	Разница потерь игроков	Разница динамик	Разница в классе	Фактор поля	Встреча команд	Результат матча	Важность правила
1	Большая скамейка	Существенный выигрыш	Лидер	Абсолютное преимущество	Разгромные встречи	Крупный выигрыш	0,5
2	Одинаковая скамейка	Выигрыш	Верхняя половина	Преимущество	Разгромные встречи	Крупный выигрыш	0.94844
3	Одинаковая скамейка	Проигрыш	Лидер	Преимущество	Разгромные встречи	Крупный выигрыш	0,5
4	Большая скамейка	Выигрыш	Верхняя половина	Преимущество	Равные встречи	Крупный выигрыш	0.6289
5	Одинаковая скамейка	Выигрыш	Середина	Неудача	Разгромные встречи	Выигрыш	0,5
6	Короткая скамейка	Проигрыш	Верхняя половина	Преимущество	Равные встречи	Выигрыш	0.75458
7	Одинаковая скамейка	Выигрыш	Середина	Неудача	Разгромные встречи	Выигрыш	0,5
8	Большая скамейка	Существенный выигрыш	Нижняя половина	Преимущество	Равные встречи	Выигрыш	1
9	Одинаковая скамейка	Выигрыш	Середина	Неудача	Равные встречи	Ничья	0.00027162
10	Короткая скамейка	Существенный проигрыш	Середина	Неудача	Равные встречи	Ничья	0.22037
11	Одинаковая скамейка	Проигрыш	Нижняя половина	Преимущество	Позорные встречи	Ничья	0.10194
12	Большая скамейка	Существенный проигрыш	Верхняя половина	Неудача	Равные встречи	Ничья	0.083936
13	Большая скамейка	Проигрыш	Середина	Абсолютная неудача	Равные встречи	Проигрыш	0.013733
14	Одинаковая скамейка	Выигрыш	Нижняя половина	Неудача	Позорные встречи	Проигрыш	0.28575
15	Короткая скамейка	Существенный проигрыш	Середина	Преимущество	Позорные встречи	Проигрыш	0.30027
16	Одинаковая скамейка	Проигрыш	Аутсайдер	Неудача	Равные встречи	Проигрыш	1
17	Короткая скамейка	Существенный проигрыш	Аутсайдер	Абсолютная неудача	Позорные встречи	Крупный проигрыш	1
18	Одинаковая скамейка	Существенный проигрыш	Нижняя половина	Неудача	Позорные встречи	Крупный проигрыш	1

19	Короткая скамейка	Проигрыш	Нижняя половина	Абсолютная неудача	Равные встречи	Крупный проигрыш	1
20	Большая скамейка	Существенный проигрыш	Нижняя половина	Неудача	Позорные встречи	Крупный проигрыш	1

9. Ссылки на использованные источники

1) Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. *М. Горячая линия – Телеком, 2004 г.*
2) В.Я. Пивкин, Е.П. Бакулин, Д.И. Кореньков. «Нечеткие множества в системах управления». Под редакцией д.т.н., профессора Ю.Н. Золотухина. www.idisys.iae.nsk.su/fuzzy_book/content.html
3) Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях. http://www.plink.ru/tnm
4) Жирабок А.Н. Нечеткие множества и их использование для принятия решений http://www.pereplet.ru/obrazovanie/stsoros/1178.html
5) «Введение в нечеткую логику» www.msclub.ce.cctpu.edu.ru/fuzzy/rus/fuzzy.html
6) П.Джексон, «Введение в экспертные системы», изд. дом «Вильямс», 2001г., гл.9, «Представление неопределенности знаний и данных»
7) С.Д.Штовба "Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику» http://www.matlab.ru/fuzzylogic/book1/index.asp
8) В. Круглов, М. Дли, Р. Голунов. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. 2002.